

美食博覽會

問題描述

獅子國每年都會舉辦美食展覽，由於全國店家都想參展，所有店家要在一個月前就先去登記。今年搶到第 1 號攤位的是真好吃鳳梨酥，第 2 號攤位是天天來牛肉麵，預計會有成千上萬個店家來設攤位，排成一條綿延不絕看不到盡頭的長龍。因參展店家眾多，每個店家的攤位僅提供一種美食，但某些美食可能會出現在多個攤位。

國王是一位美食愛好者，他雖日理萬機，但每年都會率領大臣擔任試吃員。國王與大臣們商量後決定每個人從某一個攤位開始，依編號逐一造訪下個攤位，造訪的同時也要品嚐該攤位所提供的美食，但國王與大臣都不願意吃兩攤相同的美食，所以如果下一攤的美食是他已經造訪吃過的品項，他就會不吃且離開展覽。

為了鼓勵參展店家，國王希望自己與大臣們能造訪的美食攤位愈多愈好，於是吩咐獅子國的程式設計師，請他寫程式來協助擬定這次的參展行程。給定每個攤位提供的美食品項，請寫一個程式計算國王與大臣們最多能造訪幾個不同的攤位。

輸入格式

第一行有二個整數 n 與 k ，分別表示今年參展的攤位數以及試吃員總人數(包含國王與大臣)，其中 $1 \leq n \leq 10^6$ ， $1 \leq k \leq 20$ 且 $n \times k \leq 5 \times 10^6$ 。第二行有 n 個數字，每個數字代表一種美食品項，其中第 i 個數字為編號 i 的攤位所提供的美食品項，此 n 個數字皆為小於 10^5 的非負整數。

輸出格式

一個整數，為國王與大臣們最多能造訪的攤位數。

範例一：輸入	範例一：正確輸出
5 1 1 2 1 3 1	3

範例一說明：試吃員只有國王 1 人，可從攤位 2 開始，依序造訪攤位 2、3 及 4。共可拜訪 3 個提供不同美食的攤位，品嚐到的美食為 (2, 1, 3)。

範例二：輸入	範例二：正確輸出
10 3 1 7 1 3 1 4 4 2 7 4	8

範例二說明：第一位從攤位 2 (美食品項 7) 開始造訪，品嚐到的美食為 (7, 1, 3)；第二位從攤位 5 (美食品項 1) 開始造訪，品嚐的美食為 (1, 4)；第三位從攤位 7 (美食品項 4) 開始造訪，品嚐的美食為 (4, 2, 7)，三人一共造訪 $3 + 2 + 3 = 8$ 個攤位。注意，第二位如果從攤位 4 開始造訪，品嚐到的美食為 (3, 1, 4)，但造訪的攤位總數還是 8，

因為攤位 4 雖被第一與第二人重複造訪，但只會計算為一攤。

評分說明

每筆測試資料執行時間限制為 1 秒，Python 程式的執行時間限制為 4 秒，依正確通過測資筆數給分，其中：

第 1 子題組 50 分： $k = 1$ 。

第 2 子題組 50 分：無額外限制。

試題來源：程式實作 2021 年 9 月

低地距離

問題描述

某外星考古隊發現了一處古代遺址中有 $2n$ 座碉堡排成一列，進一步發現這些碉堡的高度是成對出現，相同高度的碉堡一定恰有兩座。對於每一對相同高度的碉堡，考古隊定義這一對碉堡的「低地距離」為：位於它們之間且高度較低的碉堡數量。考古隊想要計算這一群碉堡的低地距離總和，請你設計一支程式來幫忙計算。

精確地說，若由左至右碉堡高度的序列為 $(h_1, h_2, \dots, h_{2n})$ ，其中 1 至 n 的各種高度皆恰好出現兩次。對於 $1 \leq k \leq n$ ，高度 k 碉堡的低地距離為

$$d(k) = |\{i \mid p < i < q, h_i < k\}|, \text{ 其中 } h_p = h_q = k。$$

而本題要計算 $\sum_{k=1}^n d(k)$ 。

以下是一個 $n=4$ 的例子，假設碉堡的高度依序為 $(1, 4, 3, 2, 3, 1, 2, 4)$ ，我們可以發現高度 1 、 2 、 3 與 4 皆各出現兩次，根據定義，高度 1 碉堡的低地距離為 0 ，因為兩個 1 之間沒有比 1 更小的數字；高度 2 的低地距離為 1 ，因為兩個 2 之間只有一個 1 是比 2 小的數字；同樣地， 3 的低地距離也是 1 ，而 4 的低地距離則是 5 。因此，所有高度碉堡的低地距離總和為 $0 + 1 + 1 + 5 = 7$ 。

提示：本題有多種解法，其中一種是將碉堡高度的序列依照高度分成兩個子序列，再以分而治之的策略遞迴求解。另外一種解法是對每一個位置 i ，計算出在 i 之前而高度小於 h_i 的碉堡個數。

輸入格式

輸入的第一行是 n ，代表一共有 $2n$ 座碉堡， n 不超過 10^5 。第二行有 $2n$ 個正整數，依序代表由左至右每一座碉堡的高度，高度皆不超過 n ，同一行數字之間以空白間隔。輸入保證相同的高度一定恰好出現兩次，也就是說 1 至 n 的每個整數皆出現兩次。

輸出格式

輸出各種高度碉堡的低地距離總和。請注意，答案可能超過 2^{31} 。

範例一：輸入 4 1 4 3 2 3 1 2 4	範例一：正確輸出 7
範例二：輸入 5 1 2 3 4 4 3 2 1 5 5	範例二：正確輸出 0

評分說明

輸入包含若干筆測試資料，對於每一筆測試資料，Python 程式的執行時間限制為 3 秒，其他程式的執行時間限制為 1 秒，依正確通過測資筆數給分。其中：

第 1 子題組 20 分： n 不超過 1000。

第 2 子題組 40 分： n 不超過 40000。

第 3 子題組 40 分：無額外限制。

試題來源：程式實作 2020 年 10 月

平緩步道

問題描述

某休閒園區要規劃一條入口到出口的步道，因為希望能夠讓行動不方便的人也能夠舒適的通行，所以園長想要規劃出一條最平緩的步道。園區的範圍可以看成一個 $n \times n$ 的方格區域，也就是有 n 個橫列，每列有 n 個小方格 (參考範例圖)。每個小方格可以與它上下左右四個相鄰的方格之間架設連通步道，每個小方格有它的高度，而相鄰兩格高度差的絕對值就定義為這段步道的坡度。

園區的入口在左上角，而出口在右下角，園長希望找出一條由入口到出口的最平緩的步道，也就是這條步道所經過相鄰兩格的最大坡度要越小越好。同時，滿足最小坡度的步道可能有很多條情況下，園長希望找出其中最短的步道，其中任兩格相鄰方格的距離均為 1。

下圖為一個 $n = 5$ 的範例，方格中的數字是高度。如圖所示，在此例中我們可以找到一條坡度不超過 1 的步道，也就是相鄰兩格的高度差均不超過 1。而本例中不存在坡度為 0 的步道，因此所求最小的坡度是 1。此外，坡度為 1 的步道不只有一條，但圖示中的步道是最短的，其長度為 12，也就是包含入口與出口一共經過 13 個方格。

3	4	5	6	7
6	6	6	6	6
8	8	7	2	1
7	6	4	6	4
5	7	8	8	8

輸入格式

輸入的第一行有一個正整數 n ($2 \leq n \leq 300$)，接著有 n 行，每行 n 個非負整數代表由上而下由左而右每個方格的高度，高度均不超過 10^6 ，同行中兩個相鄰數值間以空白間隔。入口均為左上角，而出口均為右下角。

輸出格式

第一行輸出最小的坡度，第二行輸出在最小坡度的條件下，最短的步道長度。

範例一：輸入 5 3 4 5 6 7 6 6 6 6 6 8 8 7 2 1 7 6 4 6 4 5 7 8 8 8	範例一：正確輸出 1 12
--	---------------------

範例一說明：此為題目所述之範例。

範例二：輸入 6 6 4 5 6 0 7 6 0 8 7 4 7 8 8 9 2 1 2 7 9 4 6 4 3 5 1 9 7 8 1 8 8 9 7 0 0	範例二：正確輸出 3 10
---	---------------------

範例二說明：由起點開始，一條坡度為 3 長度為 10 的步道走法如下。向右依序經過高度為 4、5、6 的小方格，接著向下到高度為 7 的小方格，然後向右到高度為 4 的小方格，再向下依序經過高度為 1 與 4 的小方格，接著向右到高度 3 的小方格，最後一路向下到終點。坡度為 3 的步道中長度最小為 10，即經過 11 個小方格，此例沒有坡度 2 以下的步道，故輸出 3 與 10。

評分說明

輸入包含若干筆測試資料，每一筆測試資料的執行時間限制均為 1 秒，Python 程式的執行時間限制為 4 秒，依正確通過測資筆數給分。其中：

第 1 子題組 20 分： $n \leq 10$ ，高度不超過 10。

第 2 子題組 20 分：高度不超過 100。

第 3 子題組 60 分：無額外限制。

試題來源：程式實作 2022 年 10 月